

9.2 Weitere DD-Typen

Die wichtigsten ...

- **BDDs** [Bryant 1986]
- **KFDDs (Kronecker Functional Decision Diagrams)**
[Drechsler, Sarabi, Becker, Perkowski 1994]
- **Word-Level DDs**
 - ***BMDs (Multiplicative Binary Moment Diagrams)**
[Bryant, Chen 1995]
 - **K*BMDs (Kronecker Multiplicative Binary Moment Diagrams)** [Drechsler, Becker, Ruppertz 1996]

BB T I I 9.2/1

Kronecker Functional DDs

- BDDs zerlegen an jedem Knoten v mit Index x die dazu gehörige Funktion $f := f_v$ nach der

Shannon Zerlegung (S)

$$f = x f_{x=1} \oplus x' f_{x=0}$$

- Andere Zerlegungsarten:

- **positive Davio Zerlegung (pD)**

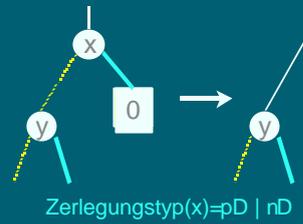
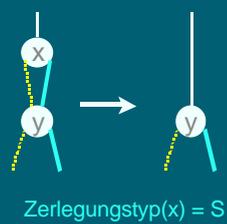
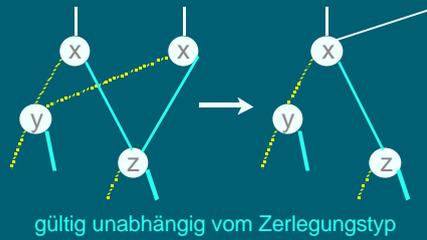
$$f = f_{x=0} \oplus x' (f_{x=1} \oplus f_{x=0})$$

- **negative Davio Zerlegung (nD)**

$$f = f_{x=1} \oplus x' (f_{x=1} \oplus f_{x=0})$$

BB T I I 9.2/2

Reduktionsregeln bei KFDDs



Kanonizität der KFDDs

Für eine beliebige feste Variablenordnung
und eine beliebige feste Zerlegungstyp-Liste
sind **KFDDs**
kanonische Darstellungen Boolescher Funktionen.

Vergleich KFDDs versus BDDs

- KFDDs sind mächtiger als BDDs! (BDDs sind spezielle KFDDs.)
- Andererseits hat sich gezeigt, dass es oft schwierig ist, das zusätzliche Potential auszunutzen:
Neben der Variablenordnung muß noch eine geeignete Zerlegungstyp-Liste berechnet werden.
- Operationen können bei KFDDs teuer sein!

(Zur Erinnerung: Bei BDDs ist die Laufzeit der Syntheseoperationen `AND`, `OR`, `EXOR`, `NOT` polynomiell beschränkt.)

BB T11 9.2/7

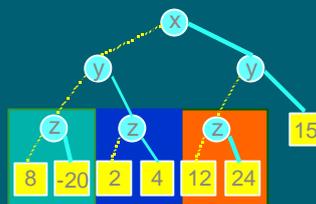
Word-Level DDs

- stellen Pseudo-Boolesche Funktionen $f : \{0,1\}^n \rightarrow \mathbf{Z}$ (bzw. $f : \{0,1\}^n \rightarrow \mathbf{Q}$) dar.
- Blätter sind mit ganzen Zahlen (rationalen Zahlen) markiert
- Andere Zerlegungstypen
z.B. $f = f_{x=0} + x \cdot (f_{x=1} - f_{x=0})$
+, -, arithmetische Operationen !!

BB T11 9.2/8

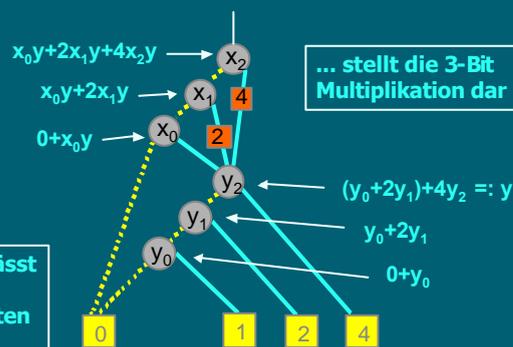
Beispiel

$$\begin{aligned}
 \blacksquare f(x,y,z) &= 8-20z+2y+4yz+12x+24xz+15xy \\
 &= (8-20z+2y+4yz) + x(12+24z+15y) \\
 &= (\underbrace{8-20z} + \underbrace{y(2+4z)}) + x(\underbrace{12+24z+15y})
 \end{aligned}$$



BB T11 9.2/9

World-Level DD der Multiplikation

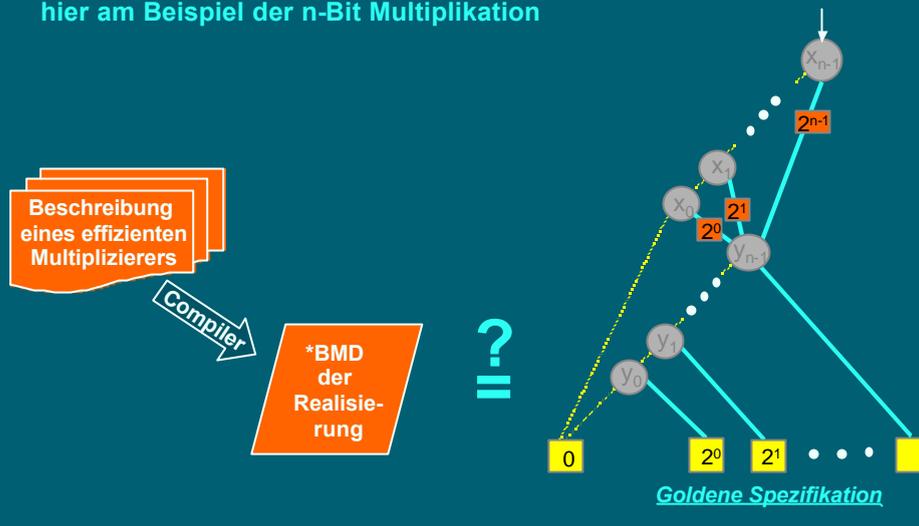


Die Multiplikation lässt sich durch ein DD mit $2n$ inneren Knoten beschreiben.

$$C_{low(v)} \cdot f_{low(v)} + X_j \cdot C_{high(v)} \cdot f_{high(v)}$$

Ablauf des Verifikationsprozesses

hier am Beispiel der n-Bit Multiplikation



Fazit

- **DDs erlauben „häufig“ speicherplatz-effiziente Darstellung**
 - Boolesche Funktionen mit vielen Ein- und Ausgängen darstellbar
 - ⇒ Logiksynthese und Verifikation großer Funktionen potentiell möglich
- **einige in der Praxis vorkommende Funktionen nur mit exponentiellem Aufwand darstellbar**
 - Bsp: BDDs für die Multiplikation
 - ⇒ kein Allheilmittel, aber besser als bisher bekannte kanonische Darstellungen