ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

INSTITUT FÜR INFORMATIK

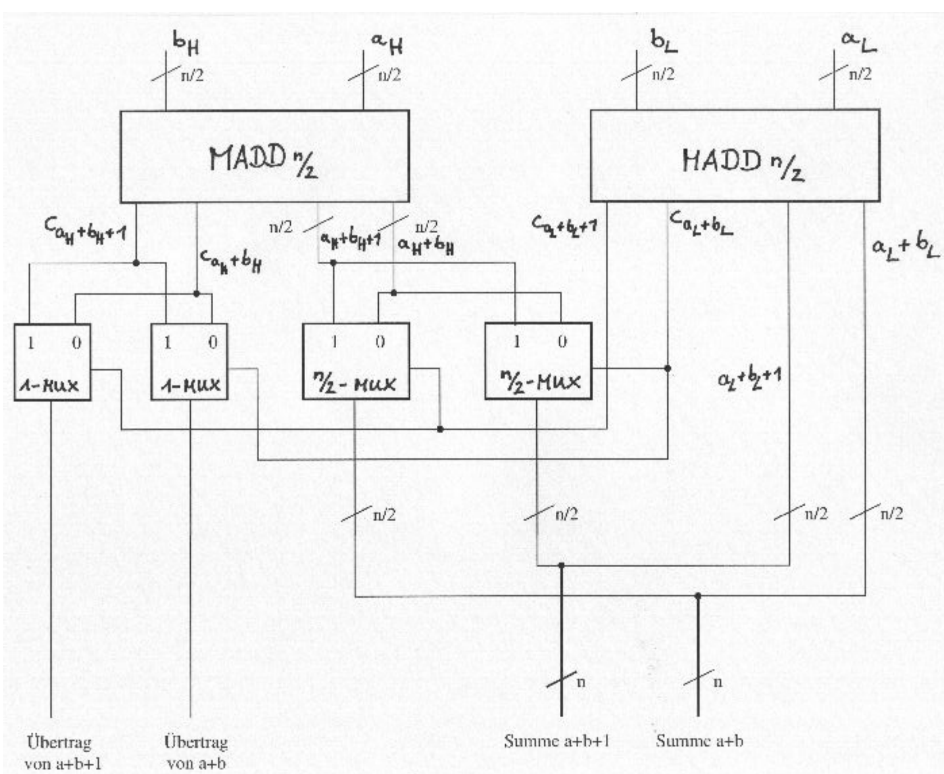
Prof. Dr. Bernd Becker
Dr.-Ing. Christoph Scholl
Dipl. Inf. Tobias Schubert

Freiburg, 2. November 2000

3. Übungsblatt zur Vorlesung

Technische Informatik II

Aufgabe 1
Punkte (2, 2, 2, 2)
Aus der Vorlesung wissen Sie, dass ein n-Bit Conditional-Sum Addierer CSA_n die Tiefe $depth(CSA_n) = O(log\ n)$ und die Kosten $C(CSA_n) = 10 \cdot n^{log\ 3} - 3n - 2$ besitzt. Im folgenden soll der Addierer so modifiziert werden, dass er bei gleichbleibender Tiefe nur noch Kosten von $O(n\ log\ n)$ verursacht. Hierzu werden anstelle von drei $CSA_{\frac{n}{2}}$ Blöcken nur noch zwei modifizierte Addierer-Zellen $MADD_{\frac{n}{2}}$ eingesetzt, die neben der Summe $a + b$ gleichzeitig noch die Summe $a + b + 1$ berechnen (für zwei $\frac{n}{2}$-Bit Zahlen a und b).
Eine Skizze des modifizierten, rekursiv aufgebauten n-Bit Conditional-Sum Addierers $MADD_n$ zeigt die nachfolgende Abbildung. Der einfachheithalber wird auf den Eingangsübertrag verzichtet und angenommen, dass n eine Zweierpotenz ist.



1.) Erläutern Sie die Funktionsweise des skizzierten Addierers.
2.) Entwerfen Sie eine $MADD_0$ Zelle, d.h. einen Schaltkreis, der für zwei einzelne Bits a, b die Summen $a + b$ und $a + b + 1$ berechnet.
3.) Zeigen Sie, dass sich die Kosten des modifizierten Addierers $MADD_n$ mit $O(n\ log\ n)$ abschätzen lassen.
4.) Welche Erweiterungen am $MADD_n$ Addierer sind für den Eingangsübertrag notwendig? Skizzieren Sie Ihren Schaltkreis.

Aufgabe 2

Punkte (3)

Sei eine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gegeben mit $f(1) = c$ und $f(n) = a \cdot f(\frac{n}{b}) + g(n)$ für alle $n = b^k$. Zeigen Sie, dass $\forall n = b^k$ gilt:

$$f(n) \ = \ a^{log_b\ n} \cdot c + \sum_{i=0}^{(log_b\ n)-1} a^i \cdot g(\tfrac{n}{b^i})$$

Hinweis: Induktion über k.

Aufgabe 3

Punkte (3)

Um den Carry-Lookahead Addierer zu realisieren, muss eine parallele Präfixberechnung durchgeführt werden. Hierzu ist in der Vorlesung der Operator

$$\circ : \mathbb{B}_{2n} \times \mathbb{B}_{2n} \rightarrow \mathbb{B}_{2n} \text{ mit}$$
$$(g_2, p_2) \circ (g_1, p_1) = (g_2 \vee (g_1 \wedge p_2), p_1 \wedge p_2)\ \forall g_1, p_1, g_2, p_2 \in \mathbb{B}_{2n}$$

eingeführt worden. Zeigen Sie, dass dieser Operator assoziativ ist.

Aufgabe 4

Punkte (2)

In der Vorlesung haben Sie einen n-Bit-Inkrementer mit Kosten $C(INC_n) = 2n$ und Tiefe $depth(INC_n) = n$ auf Basis eines n-Bit Carry-Ripple Addierers kennengelernt. Skizzieren Sie schematisch einen alternativen n-Bit-Inkrementer mit Tiefe $O(log\ n)$ und möglichst geringen Kosten. Welche Vor- bzw. Nachteile hat Ihr Ansatz im Vergleich zu dem in der Vorlesung vorgestellten Inkrementer?

Abgabetermin: 09.11.2000 in der jeweiligen Übungsgruppe